

2.11. Zadania

ZADANIE 1. Dla modelu z jedną zmienną objaśniającą

$$y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \varepsilon_i$$

znajdź warunki pierwszego rzędu na minimalizację sumy kwadratów reszt i udowodnij, że estymator *MNK* ma postać

$$b_1 = \bar{y} - b_2 \bar{x}$$

$$b_2 = \frac{s_{yx}}{s_x^2}$$

gdzie

$$s_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2$$

$$s_{yx} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i}{n} - \bar{y} \bar{x}$$

ZADANIE 2. Dla modelu trendu liniowego postaci

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

znajdź warunki pierwszego rzędu na minimalizację sumy kwadratów reszt i udowodnij, że estymator *MNK* w tym modelu będzie spełniał następujące równanie:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 \frac{1+T}{2}$$

ZADANIE 3. Udowodnij, że w modelu, w który jedną zmienną niezależną jest stała $RSS = TSS$.

ZADANIE 4. Udowodnij własności R^2 podane w uwadze 2.7.

ZADANIE 5. Udowodnij, że istotnie wariancja (4.8) jest mniejsza od wariancji estymatora MNK .

ZADANIE 6. Udowodnij, że modele (2.17) i (2.18) są istotnie równoważne i pokaż, że nadane w tekście interpretacje współczynników modelu (2.18) są poprawne.

Rozpocznij Test Policz za pomocą MNK estymatory parametrów β i σ^2 dla modelu postaci

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + \beta_4 x_{4t} + \varepsilon_t$$

dla danych za zbioru **model.xls**.

Dla macierzy $A = (X'X)^{-1}$

1. $a_{22} =$

2. $b_1 =$

3. $b_4 =$

4. $\text{Var}(b_1) =$

5. $\sqrt{\text{Var}(b_3)} =$

6. $\text{Cov}(b_1, b_2) =$

7. $\rho(b_3, b_4) =$

Zakończ Test

Odpowiedzi:

Rozpocznij Test Dla tego modelu

1. $R^2 =$

2. $s =$

3. $TSS =$

4. $ESS =$

5. $RSS =$

Zakończ Test

Odpowiedzi:

Rozpocznij Test Dla tego modelu

Teoretyczne y_t dla pierwszego kwartału 1991 roku wynosi:

1. $\hat{y}_5 =$

Dla $x_{T+1} = [1 \quad 3 \quad 3 \quad 4]$ prognoza y_t wynosi:

2. $\hat{y}_{T+1} =$

Wariancja tej prognozy wynosi:

3. $\text{Var}(\hat{y}_{T+1}) =$

Zakończ Test

Odpowiedzi: