

## 8.4. Zadania

**ZADANIE 1.** Udowodnij, że estymator  $\tilde{\sigma}^2 = \frac{\tilde{\mathbf{e}}'\tilde{\mathbf{e}}}{n}$  jest zbieżny.

**Wskazówka:** Udowodnij, że dla  $\tilde{\mathbf{M}} = \left( \mathbf{I} - \mathbf{X} \left( \widehat{\mathbf{X}}'\widehat{\mathbf{X}} \right)^{-1} \widehat{\mathbf{X}}' \right)$  mamy, że  $\tilde{\mathbf{M}}\mathbf{X} = \mathbf{0}$ ,  $\tilde{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{M}}\mathbf{e}$  i użyj tych wyników w dalszych wyprowadzeniach.

**ZADANIE 2.** Udowodnij, że estymator  $\ddot{\sigma}^2 = \frac{\ddot{\mathbf{e}}'\ddot{\mathbf{e}}}{n}$  jest asymptotycznie obciążony i policz jego obciążenie.

**ZADANIE 3.** Udowodnij, że w liczniku (8.6) można użyć zamiast  $\tilde{\mathbf{e}}_R'\mathbf{P}_W\tilde{\mathbf{e}}_R - \tilde{\mathbf{e}}'\mathbf{P}_W\tilde{\mathbf{e}}$  wyrażenia  $\ddot{\mathbf{e}}_R'\ddot{\mathbf{e}}_R - \ddot{\mathbf{e}}'\ddot{\mathbf{e}}$ .

**ZADANIE 4.** Udowodnij twierdzenie 8.8.

**Wskazówka:** Skorzystaj z wyników otrzymanych w zadaniu 3.